Roll No:

BTECH
(SEM IV) THEORY EXAMINATION 2023-24
MATHEMATICS –IV

TIME: 3 HRS **M.MARKS: 70**

Note: 1. Attempt all Sections. If require any missing data; then choose suitably.

SECTION A

1. Attempt *all* questions in brief. 2 x 7 = 14

a	Solve the Partial Differential Equation $(D^2 - 3DD')z = 0$	
	आंशिक अंतर समीकरण हल करें $(D^2 - 3DD')z = 0$	
b	Tell the classification of the following partial differential equation $4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 4\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$	
	निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण का वर्गीकरण बताइये $4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 4\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$	
c	Write the formula for rank correlation in the case of tied ranks.	
	बराबर रैंक के मामले में रैंक सहसंबंध का सूत्र लिखें।	
d	Calculate the value of k for which function $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{k}, & a \le x \le b \\ 0 & otherwise \end{cases}$ is probability density function.	
	किस फ़ंक्शन के लिए k का मान परिकलित करें $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{k}, & a \le x \le b \\ 0 & otherwise \end{cases}$ संभाव्यता घनत्व फ़ंक्शन है	
e	Two coins are tossed simultaneously. What is the the probability (upto two decimal points accuracy) of getting at least one head .	
	दो सिक्के एक साथ उछाले जाते हैं। कम से कम एक चित आने की प्रायिकता (दो दशमलव अंकों तक सटीकता) क्या है?	
f	For the Binomial distribution $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right)^{10}$ determine the mean.	
	द्विपद वितरण के लिए $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right)^{10}$ माध्य निर्धारित करें.	
g	Write the control limits of C charts.	
	सी चार्ट की नियंत्रण सीमाएँ लिखें।	

SECTION B

2. Attempt any *three* of the following: 7 x 3 = 21

a	Determine a real function V of x and y, reducing to zero when y=0 and satisfying $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -4\pi(x^2 + y^2)$	
	x और y का एक वास्तविक फ़ंक्शन V निर्धारित करें, जो y=0 होने पर शून्य हो जाए और संतुष्ट हो $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -4\pi(x^2 + y^2)$	

Roll No:

BTECH
(SEM IV) THEORY EXAMINATION 2023-24
MATHEMATICS –IV

TIME: 3 HRS **M.MARKS: 70**

b	A tightly stretched string with fixed end points x=0 and x=l is initially in a position given by $y = y_0 \sin^3 \frac{\pi x}{l}$. If it is released from rest from this position, Evaluate the displacement y(x, t).	
	निश्चित अंत बिंदु x=0 और x=l के साथ एक कसकर खींची गई स्ट्रिंग प्रारंभ में निम्न स्थिति में है $y = y_0 \sin^3 \frac{\pi x}{l}$ यदि इसे इस स्थिति से विराम से छोड़ा जाए तो विस्थापन y(x, t) का मूल्यांकन करें।	
c	From the data given, determine the lines of regression. दिए गए डेटा से, प्रतिगमन की रेखाएं निर्धारित करें	

x	2	4	6	8	10
y	5	7	9	8	11

d	Prove that Poisson distribution is as a limiting case of binomial distribution.	
	सिद्ध कीजिए कि पॉइसन वितरण द्विपद वितरण का एक सीमित मामला है।	
e	Distinguish between np-chart and p-chart. Following is the data of defective of 10 samples of size 100 each. Construct np-chart and explain your findings. np-चार्ट और p-चार्ट के बीच अंतर बताइए। नीचे 100 आकार के 10 नमूनों के दोषपूर्ण होने का डेटा दिया गया है। np-चार्ट बनाएँ और अपने निष्कर्षों की व्याख्या करें।	

Sample no.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
No. of defectives	6	9	12	5	12	8	8	16	13	7

SECTION C

3. Attempt any one part of the following: 7 x 1 = 7

(a)	Solve the partial differential equation $x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + x\frac{\partial z}{\partial x} - y\frac{\partial z}{\partial y} = \log x$	
	आंशिक अंतर समीकरण हल करें $x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + x\frac{\partial z}{\partial x} - y\frac{\partial z}{\partial y} = \log x$	
(b)	By using Charpit's method to evaluate the solution of $2zx - px^2 - 2qxy + pq = 0$	
	$2zx - px^2 - 2qxy + pq = 0$ के समाधान का मूल्यांकन करने के लिए चार्पिट की विधि का उपयोग करें	

4. Attempt any one part of the following: 7 x 1 = 7

(a)	Determine the Fourier Transform of $F(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \lvert x\rvert \le 1 \\ 0, & \lvert x\rvert > 1 \end{cases}$	

BTECH
(SEM IV) THEORY EXAMINATION 2023-24
MATHEMATICS –IV

TIME: 3 HRS

M.MARKS: 70

	$F(x) = \begin{cases} 1-x^2, & \lvert x\rvert < 1 \\ 0, & \lvert x\rvert > 1 \end{cases}$ का फूरियर रूपांतरण निर्धारित करें
(b)	An insulated rod of length l has its ends A and B maintained at 0°C and 100°C respectively until steady state conditions prevail. If B is suddenly reduced to 0°C and maintained at 0°C then determine the temperature at a distance x from A at time t.
	l लंबाई की एक इन्सुलेटेड छड़ के सिरे A और B को क्रमशः 0°C और 100°C पर स्थिर अवस्था की स्थिति बनने तक बनाए रखा जाता है। यदि B को अचानक 0°C तक कम कर दिया जाता है और 100°C पर बनाए रखा जाता है, तो समय t पर A से x दूरी पर तापमान निर्धारित करें।

5. Attempt any one part of the following: 7 x 1 = 7

(a) Examine the least square fit of the $f(x) = a + bx + cx^2$ the following data:

x	0	1	2	3	4
f(x)	1	4	10	17	30

निम्नलिखित डेटा $f(x) = a + bx + cx^2$ के न्यूनतम वर्ग फिट की जाँच करें:

x	0	1	2	3	4
f(x)	1	4	10	17	30

(b) Determine the skewness and kurtosis for the following data:
निम्नलिखित डेटा के लिए तिरछापन और कुर्टोसिस निर्धारित करें

निशान (Marks)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
छात्रों की संख्या (No. of students)	18	20	30	22	10

6. Attempt any one part of the following: 7 x 1 = 7

(a) Records taken of the number of male and female births in 800 families having four children are as follows:

No. of male birth	0	1	2	3	4
No. of female birth	4	3	2	1	0
No. of families	32	178	290	236	64

Test whether the data are consistent with the hypothesis that the binomial law holds and the chance of male birth is equal to that of female birth , namely p=q=1/2.

चार बच्चों वाले 800 परिवारों में जन्मे लड़कों और लड़कियों की संख्या के रिकॉर्ड इस प्रकार हैं:

No. of male birth	0	1	2	3	4
No. of female birth	4	3	2	1	0
No. of families	32	178	290	236	64

परीक्षण करें कि क्या डेटा उस परिकल्पना के अनुरूप है जो द्विपद नियम को लागू करता है और पुरुष जन्म की संभावना महिला जन्म की संभावना के बराबर है, अर्थात p=q=1/2.

(b) The income of a group of 10,000 persons was found to be normally distributed with mean 750 Rs. per month and standard deviation of 50 Rs. Show that, of this group, about 95% had

BTECH
(SEM IV) THEORY EXAMINATION 2023-24
MATHEMATICS –IV

TIME: 3 HRS

M.MARKS: 70

	income exceeding 668 Rs and only 5% had income exceeding 832 Rs. Also Determine the lowest income among the richest 100.
	10,000 व्यक्तियों के एक समूह की आय सामान्य रूप से वितरित पाई गई जिसका औसत 750 रुपये प्रति माह और मानक विचलन 50 रुपये था। दिखाएँ कि इस समूह में से लगभग 95% की आय 668 रुपये से अधिक थी और केवल 5% की आय 832 रुपये से अधिक थी। सबसे अमीर 100 में से सबसे कम आय का भी निर्धारण करें।

7. Attempt any one part of the following: 7 x 1 = 7

(a) The height of 6 randomly chosen sailors in inches are 63, 65,68,69,71 and 72. Those of 9 randomly chosen soldiers are 61, 62,65,66,69,70,71,72 and 73. Test whether the sailors are on the average taller than soldiers.

यादृच्छिक रूप से चुने गए 6 नाविकों की ऊंचाई इंच में है 63, 65,68,69,71 and 72. यादृच्छिक रूप से चुने गए 9 सैनिकों में से 61, 62,65,66,69,70,71,72 and 73. परीक्षण करें कि क्या नाविक औसतन सैनिकों से लम्बे होते हैं।

(b) Discuss whether there is any association between Area and pollution index of the city for which the data is given

Area/Pollu.ind.	high	low	Total
Urban	150	350	500
Rural	250	350	600

Given that $\chi^2_{005} = 3.84$

घर्षो करें कि क्या शहर के क्षेत्र और प्रदूषण सूचकांक के बीच कोई संबंध है जिसके लिए डेटा दिया गया है

क्षेत्र/प्रदूषण उद्योग.	उच्च	कम	कुल
शहरी	150	350	500
ग्रामीण	250	350	600

मान लें कि $\chi^2_{005} = 3.84$